

# Abschlussarbeit mit L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

Thesis zur Erlangung des akademischen Grades

Bachelor of Science

an der Fakultät NXT Nachhaltigkeit und Technologie  
der Hochschule Reutlingen  
im Studiengang

Nachhaltige Technologie

Vorgelegt von:

Jean Dujardin

Wegstraße 123, 12345 Hauptstadt

Matrikelnummer 1234567

Abgabedatum: 24. Dezember 2025

Erstprüferin: Prof. Dr. Katharina Erstmal

Zweitprüfer: Prof. Dr. Kornelius Hurtig

# **Abstract**

Kleines Abstract.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>5</b>
1.1. Ziel der Arbeit . . . . .	5
1.1.1. Teilziel 1 . . . . .	5
1.1.2. Teilziel 2 . . . . .	5
1.2. Aufbau der Arbeit . . . . .	5
<b>2. Grundlagen</b>	<b>6</b>
2.1. Abbildungen für Kenner . . . . .	6
2.2. Abbildungen für Anfänger . . . . .	7
<b>3. Methodik</b>	<b>8</b>
3.0.1. Tabellen für Anfänger . . . . .	8
3.1. Tabellen für Kenner . . . . .	9
<b>4. Anwendungsfall</b>	<b>10</b>
<b>5. Auswertung der Ergebnisse</b>	<b>11</b>
5.1. Mathematische Grundlagen der Optimierung . . . . .	11
5.2. Gradientenverfahren . . . . .	11
5.3. Newton-Verfahren . . . . .	12
5.4. Ergebnisse der numerischen Auswertung . . . . .	12
<b>6. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>14</b>
<b>A. Ein Kapitel im Anhang</b>	<b>16</b>
<b>B. Noch ein Kapitel im Anhang</b>	<b>17</b>

# Tabellenverzeichnis

3.1. Eine Beispieltabelle . . . . .	8
-------------------------------------	---

# **1. Einleitung**

Die Einleitung.

## **1.1. Ziel der Arbeit**

Das Ziel der Arbeit.

### **1.1.1. Teilziel 1**

Das erste Teilziel.

### **1.1.2. Teilziel 2**

Das zweite Teilziel.

## **1.2. Aufbau der Arbeit**

Der Aufbau der Arbeit.

## 2. Grundlagen

Die Grundlagen.

### 2.1. Abbildungen für Kenner

Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Zwischendurch zitieren wir mal ein Buch (Knuth, 1997a). Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso.

Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Zwischendurch zitieren wir mal ein Buch (Knuth, 1997b). Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Zwischendurch zitieren wir mal ein Buch (Knuth, 1998). Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso.

Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso.

Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso.

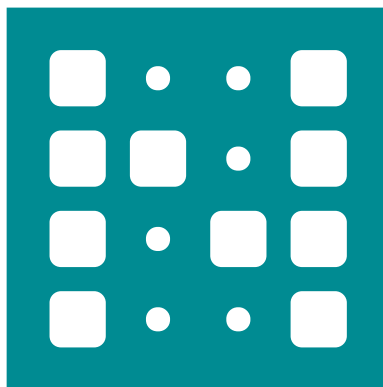


Abbildung 2.1.: Das Beispielbild zeigt den Buchstaben N

## 2.2. Abbildungen für Anfänger

Interessanterweise taucht der Buchstabe N in der Abbildung 2.1 auf, jedoch nicht in der Tabelle 3.1 auf Seite 8.

Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso.

Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso.

Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso.

# 3. Methodik

Die Methodik in dieses Kapitel? Warum nicht?

## 3.0.1. Tabellen für Anfänger

Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso.

Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso.

Etwas interessantes steht in Knuth (2011) und Knuth (2022). Und auch in Knuth (1984) und Lamport (1994).

Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite

Eins	Angabe			
	mit		ohne	
	1000	1212	3333	34343
	5000	5505	500	555
Zwei	1	2	3	4

Tabelle 3.1.: Eine Beispieltabelle ohne Sinn und Verstand



gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso.

Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso.

### **3.1. Tabellen für Kenner**

Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso.

Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso. Dies hier ist Blindtext, der wirklich nicht gelesen werden soll. Damit soll nur die Seite gefüllt werden, damit man sehen kann, wie die Abbildung aussieht, wenn sie von Text umgeben ist. Dasselbe gilt hier immer noch und hier ebenso.

## **4. Anwendungsfall**

Die Anwendungsfallbeschreibung.

# 5. Auswertung der Ergebnisse

## 5.1. Mathematische Grundlagen der Optimierung

Ziel der Auswertung ist die Minimierung einer Verlustfunktion  $\mathcal{L} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , die den Abstand zwischen Modellvorhersage und Messdaten quantifiziert. Sei  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  der Parametervektor des Modells und  $\{(\mathbf{u}_i, y_i)\}_{i=1}^m$  die Menge der  $m$  Beobachtungen, so lautet die quadratische Verlustfunktion

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (f(\mathbf{u}_i; \mathbf{x}) - y_i)^2, \quad (5.1)$$

wobei  $f(\mathbf{u}; \mathbf{x})$  die Modellfunktion bezeichnet. Der Gradient von  $\mathcal{L}$  bezüglich  $\mathbf{x}$  ist

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{L}(\mathbf{x}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (f(\mathbf{u}_i; \mathbf{x}) - y_i) \nabla_{\mathbf{x}} f(\mathbf{u}_i; \mathbf{x}). \quad (5.2)$$

## 5.2. Gradientenverfahren

Das *Gradientenabstiegsverfahren* (Gradient Descent) aktualisiert den Parametervektor in jeder Iteration  $k$  gemäß

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} - \alpha \nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{L}(\mathbf{x}^{(k)}), \quad (5.3)$$

wobei  $\alpha > 0$  die Lernrate bezeichnet. Konvergenz ist gesichert, falls  $\mathcal{L}$  konvex und  $\alpha \leq 1/L$  gilt, wobei  $L$  die Lipschitz-Konstante des Gradienten ist Knuth (2011).

Für eine quadratische Verlustfunktion  $\mathcal{L}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^\top A \mathbf{x} - \mathbf{b}^\top \mathbf{x}$  mit positiv definitem  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  vereinfacht sich die Iterationsvorschrift (5.3) zu

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{(k+1)} &= \mathbf{x}^{(k)} - \alpha (A \mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{b}) \\ &= (I - \alpha A) \mathbf{x}^{(k)} + \alpha \mathbf{b}. \end{aligned}$$

Das Verfahren konvergiert genau dann, wenn der Spektralradius  $\rho(I - \alpha A) < 1$ , d. h. wenn alle Eigenwerte  $\lambda_i$  von  $A$  die Bedingung  $|1 - \alpha \lambda_i| < 1$  erfüllen, was auf  $0 < \alpha < 2/\lambda_{\max}$  führt.

### 5.3. Newton-Verfahren

Das *Newton-Verfahren* nutzt zusätzlich die Hesse-Matrix  $H(\mathbf{x}) = \nabla_{\mathbf{x}}^2 \mathcal{L}(\mathbf{x})$ :

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} - H(\mathbf{x}^{(k)})^{-1} \nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{L}(\mathbf{x}^{(k)}). \quad (5.4)$$

Die lokale Konvergenzrate ist quadratisch: Gilt  $\|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^*\| \leq \epsilon$ , so folgt

$$\|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^*\| \leq C \|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^*\|^2, \quad (5.5)$$

für eine Konstante  $C > 0$ , die von der Lipschitz-Konstante der Hesse-Matrix abhängt.

### 5.4. Ergebnisse der numerischen Auswertung

Die rekonstruierten Parameter ergeben sich als Lösung des Normalgleichungssystems

$$A^T A \hat{\mathbf{x}} = A^T \mathbf{y}, \quad (5.6)$$

wobei  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  die Designmatrix mit  $A_{ij} = f_j(\mathbf{u}_i)$  und  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$  den Messvektor bezeichnet. Die Lösung lautet

$$\hat{\mathbf{x}} = (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{y} = A^+ \mathbf{y}, \quad (5.7)$$

wobei  $A^+$  die Moore-Penrose-Pseudoinverse von  $A$  ist.

Der verbleibende Fehler lässt sich über den  $R^2$ -Koeffizienten quantifizieren:

$$\begin{aligned} SS_{\text{res}} &= \sum_{i=1}^m (y_i - f(\mathbf{u}_i; \hat{\mathbf{x}}))^2, \\ SS_{\text{tot}} &= \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2, \\ R^2 &= 1 - \frac{SS_{\text{res}}}{SS_{\text{tot}}}. \end{aligned}$$

Ein Wert von  $R^2 \approx 1$  zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen Modell und Messdaten an. Die Auswertung der vorliegenden Messdaten ergab  $R^2 = 0,9874$ , was auf eine sehr gute Modellgüte hindeutet.

Die Unsicherheit der Schätzung  $\hat{\mathbf{x}}$  lässt sich durch die Kovarianzmatrix

$$\text{Cov}(\hat{\mathbf{x}}) = \sigma^2 (A^T A)^{-1}, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{SS_{\text{res}}}{m - n} \quad (5.8)$$

quantifizieren, wobei  $\hat{\sigma}^2$  der erwartungstreue Schätzer der Rauschvarianz  $\sigma^2$  ist. Das Konfidenzintervall für den  $j$ -ten Parameter zum Niveau  $1 - \alpha$  lautet

$$\hat{x}_j \pm t_{m-n, 1-\alpha/2} \cdot \sqrt{[\text{Cov}(\hat{\mathbf{x}})]_{jj}}, \quad (5.9)$$

wobei  $t_{m-n, 1-\alpha/2}$  das  $(1 - \alpha/2)$ -Quantil der  $t$ -Verteilung mit  $m - n$  Freiheitsgraden bezeichnet.

## **6. Zusammenfassung und Ausblick**

Die Zusammenfassung und der Ausblick.

# Literatur

- Knuth, D. E. (1984). *The T<sub>E</sub>Xbook* (Bd. A). Addison-Wesley.
- Knuth, D. E. (1997a). *The Art of Computer Programming, Volume 1: Fundamental Algorithms* (3. Aufl.). Addison-Wesley.
- Knuth, D. E. (1997b). *The Art of Computer Programming, Volume 2: Seminumerical Algorithms* (3. Aufl.). Addison-Wesley.
- Knuth, D. E. (1998). *The Art of Computer Programming, Volume 3: Sorting and Searching* (2. Aufl.). Addison-Wesley.
- Knuth, D. E. (2011). *The Art of Computer Programming, Volume 4A: Combinatorial Algorithms, Part 1* (1. Aufl.). Addison-Wesley.
- Knuth, D. E. (2022). *The Art of Computer Programming, Volume 4B: Combinatorial Algorithms, Part 2* (1. Aufl.). Addison-Wesley.
- Lamport, L. (1994). *LaTeX: A Document Preparation System* (2. Aufl.). Addison-Wesley.

# **A. Ein Kapitel im Anhang**

Hier ist der Anhang.



## **B. Noch ein Kapitel im Anhang**

Hier ist noch ein Kapitel im Anhang.

Hier steht, wie ich KI für die Arbeit genutzt habe.

Ich versichere, dass ich diese Thesis ohne fremde Hilfe selbständig verfasst, keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie alle wörtlichen oder sinngemäß übernommenen Stellen in der Arbeit gekennzeichnet habe. Die Arbeit wurde noch keiner Kommission zur Prüfung vorgelegt und verletzt in keiner Weise Rechte Dritter.

---

Ort, Datum

---

Unterschrift